

B. Leskov, E. Seliverstova
**CALCULATION OF FORCES OF CONTACT INTERACTION BETWEEN
DEFORMABLE OBJECT AND FINGERS OF ROBOTIC GRIPPER**

Dmitrov branch of BMSTU, Dmitrov
c8.df.mgtu@gmail.com

Abstract

The question of simulation of contact interaction between deformable object and fingers of robotic gripper is considered. The method of determination of contact surfaces and calculation of contact forces is offered. Comparing of results of operation of algorithm with the experimental data is given.

Keywords: grasp, deformable object, contact surface, forces of contact interaction.

А.Г. Лесков, Е.В. Селиверстова
**РАСЧЕТ СИЛ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МЕЖДУ ДЕФОРМИРУЕМЫМ
ОБЪЕКТОМ И ЗВЕНЬЯМИ ЗАХВАТНОГО УСТРОЙСТВА МАНИПУЛЯТОРА**

ДФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, г. Дмитров
c8.df.mgtu@gmail.com

Аннотация

Рассмотрен вопрос моделирования контактного взаимодействия между деформируемым объектом и звеньями захватного устройства. Предложен способ определения поверхностей контакта и расчета контактных сил. Приведено сравнение результатов работы алгоритма с экспериментальными данными.

Ключевые слова: захват, деформируемый объект, поверхность контакта, силы контактного взаимодействия.

Введение

В настоящее время прослеживается устойчивая тенденция перехода к роботизированным технологиям в различных областях деятельности человека. Робототехнические системы предоставляют возможность выполнить манипуляционную задачу с объектом без непосредственного нахождения человека в операционной зоне. Наиболее распространенной манипуляционной операцией является захват объекта.

Одним из способов синтеза захвата является офлайн планирование по геометрическим моделям захватного устройства манипулятора (ЗУМ) и объекта манипулирования (ОМ) [1], выполняющее предварительную оценку возможных способов захвата. Для каждого способа конфигурации ЗУМ рассчитываются силы контактного взаимодействия (СКВ) между звеньями ЗУМ и ОМ, при обеспечении которых выполнение операции будет успешным. В случае планирования захвата хрупкого ОМ или ОМ, значительная деформация которого не допускается, к точности расчета СКВ предъявляются высокие требования. Вопросу определения величин и направлений контактных сил и посвящена данная работа.

При планировании и моделировании захвата широкое распространение получили модели твердого тела (МТТ) ([1]). Это связано с простотой описания состояния объекта. Однако МТТ применимы только в случаях, когда контакт между звеном ЗУМ и ОМ можно рассматривать как точечный, поскольку предположение о твердости сводит контактную задачу для объектов произвольной формы к единственному решению. Это приводит к значительному увеличению модуля СКВ, полученного в результате синтеза, по сравнению с величиной реальной контактной силы ввиду того, что модуль распределенной силы меньше сосредоточенной. Кроме того, контакт между объектами вызывает появление напряжений, которые в свою очередь приводят к деформации в виде изменения формы контактирующих поверхностей, а значит и к изменениям направлений нормалей поверхностей, вдоль которых рассчитываются нормальные составляющие СКВ. Поэтому рассчитанная в результате синтеза захвата с использованием МТТ контактная сила будет отличаться от реальной и по направлению.

Перечисленные причины позволяют предположить, что использование моделей деформируемых тел (МДТ) ([2], [3]) является решением обозначенной проблемы. Однако использование МДТ увеличивает время вычислений, поскольку на каждом шаге моделирования расчет состояний производится для каждого дискретного элемента модели, даже когда тело не претерпевает существенной деформации.

Альтернативой приведенным ранее является описанная в [4] модель – модель квазитвердого тела (МКТТ), объединяющая преимущества МТТ для динамического моделирования и преимущества МДТ для решения задач определения контактных поверхностей и расчета СКВ. МКТТ применима для объектов, поверхность которых подвергается небольшим деформациям в области контакта, в то время как объект в целом сохраняет свою изначальную форму. Поэтому, МКТТ может использоваться при планировании захвата хрупкого ОМ или ОМ, значительная деформация которых не допускается.

Определение контактных поверхностей

Моделирование захвата осуществляется путем пошагового изменения положения элементов ЗУМ для перевода его в состояние «схват закрыт». На некотором шаге поверхности ОМ и звена ЗУМ начинают пересекаться. Пересечение является условным и в действительности отсутствует. Для устранения такого пересечения необходимо решить задачу, которая заключается в определении локальной деформации объекта и звена, как если бы они прикоснулись без пересечения.

Поверхности ОМ и звена ЗУМ представлены в виде матриц $P'=[p'_1, \dots, p'_N]^T$ и $Q'=[q'_1, \dots, q'_M]^T$, строки которых содержат координаты вершин полигональных моделей ОМ и звена ЗУМ соответственно. Вначале осуществляется проверка на наличие пересечения между объектом и звеном [5]. Если пересечение обнаружено, выполняется расчет его параметров [5] (рисунок 1). Первым параметром является область пересечения, которая представляет собой фигуру, образованную в результате конъюнкции фигур ЗУМ и ОМ. Она задается двумя матрицами $P=[p_1, \dots, p_n]^T$ и $Q=[q_1, \dots, q_m]^T$, строки которых являются координатами вершин полигональных моделей объекта и звена, потенциально испытывающих смещение из-за деформации. Вторым параметром является глубина проникновения ЗУМ в ОМ при захвате, т.е. минимальное расстояние, на которое нужно развести эти объекты, чтобы их поверхности перестали пересекаться. Третьим параметром – вектор, вдоль которого отсчитывается глубина проникновения. Последние два параметра задаются двумя матрицами глубин проникновений $\delta_P=[\delta_{p1}, \dots, \delta_{pn}]^T$ и $\delta_Q=[\delta_{q1}, \dots, \delta_{qm}]^T$, составленных из векторов, нормы которых равны глубинам проникновений для вершин из матриц P и Q . Векторы $\delta_{pi}(i=1, 2, \dots, n)$ сонаправлены, а векторы $\delta_{qj}(j=1, 2, \dots, m)$ противоположно направлены с вектором движения звена ЗУМ относительно объекта v на текущем шаге моделирования (рисунок 1).

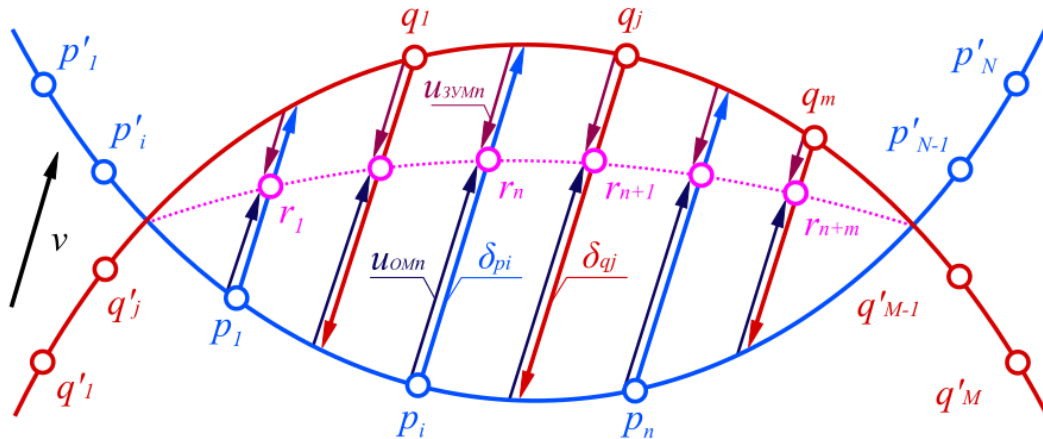


Рисунок 1 – Определение контактной поверхности

Полагаем, что строки матриц вершин пятна контакта ОМ $R_P=[r_{p1}, \dots, r_{pn}]^T$ и пятна контакта звена ЗУМ $R_Q=[r_{q1}, \dots, r_{qm}]^T$ формируются из координат, полученных путем смещения вершин $p_i(i=1, 2, \dots, n)$ и $q_j(j=1, 2, \dots, m)$ вдоль соответствующих векторов проникновений $\delta_{pi}(i=1, 2, \dots, n)$ и $\delta_{qj}(j=1, 2, \dots, m)$:

$$R_P = P + \delta_P \cdot \frac{D_{ЗУМ}}{D_{ЗУМ} + D_{ОМ}}, \quad R_Q = Q + \delta_Q \cdot \frac{D_{ОМ}}{D_{ЗУМ} + D_{ОМ}},$$

где $D_{ОМ}$ и $D_{ЗУМ}$ – коэффициенты Гука объекта и звена соответственно.

В процессе захвата звено ЗУМ вступает в контакт с ОМ, в результате которого формируется пара пятен контакта, принадлежащих поверхностям ОМ и ЗУМ. Поскольку эти пятна имеют одинаковую форму, для каждой вершины из R_P и R_Q существуют точки на поверхностях звена и объекта, с которыми они находятся в контакте. Поэтому далее рассматриваем пару пятен контакта как единую контактную поверхность, заданную матрицей вершин $R=[R_P^T, R_Q^T]^T=[r_1, \dots, r_n, r_{n+1}, \dots, r_{n+m}]^T$ (рисунок 1).

Найдем функцию, описывающую контактную поверхность. Для вершин, содержащихся в строках матрицы R , решаем задачу интерполирования сплайн-поверхностью [6], то есть восстанавливаем функцию $\varphi(r_x, r_y) \approx r_z$, основанную на данных интерполяции $r_{ix}, r_{iy}, r_{iz}, i=1, 2, \dots, n+m$. Для этого необходимо решить систему линейных алгебраических уравнений:

$$\varphi(r_x, r_y) = \sum_{i=1}^{n+m} C_i \cdot [(r_x - r_{ix})^2 + (r_y - r_{iy})^2] \cdot \ln[(r_x - r_{ix})^2 + (r_y - r_{iy})^2] + A \cdot r_x + B \cdot r_y + D,$$

$$\sum_{i=1}^{n+m} C_i = 0, \quad \sum_{i=1}^{n+m} C_i \cdot x_i = 0, \quad \sum_{i=1}^{n+m} C_i \cdot y_i = 0, \quad \varphi(r_{xi}, r_{yi}) = r_{zi}, \quad i = 1, 2, \dots, n+m.$$

Введем в рассмотрение матрицу смещений вершин ОМ $u_{OM} = [R_P - P]^T, [R_Q - Q - \delta_Q]^T = [u_{OM1}, \dots, u_{OMn}, u_{OMn+1}, \dots, u_{OMn+m}]^T$ и матрицу смещений вершин звена ЗУМ $u_{3YM} = [R_P - P - \delta_P]^T, [R_Q - Q]^T = [u_{3YM1}, \dots, u_{3YMn}, u_{3YMn+1}, \dots, u_{3YMn+m}]^T$ (рисунок 1).

Матрицы вершин R соответствуют матрицы нормальных u_{OMN} и касательных u_{OMt} смещений вершин ОМ, а также нормальных u_{3YMN} и касательных u_{3YMt} смещений вершин звена ЗУМ (рисунок 2). Ввиду того, при захвате поверхности ОМ и звена ЗУМ деформируются, изменяются и направления нормалей этих поверхностей. Поэтому строки матриц смещений:

$$u_{OMNi} = u_{OMi} \cdot n_{OMi} \cdot n_{ri}, \quad u_{OMti} = q_{OMi} \cdot (u_{OMi} - u_{OMi} \cdot n_{OMi} \cdot n_{OMi}) \cdot q_{OMi}^{-1},$$

$$u_{3YMi} = u_{3YMi} \cdot n_{3YMi} \cdot n_{ri}, \quad u_{3YMi} = q_{3YMi} \cdot (u_{3YMi} - u_{3YMi} \cdot n_{3YMi} \cdot n_{3YMi}) \cdot q_{3YMi}^{-1},$$

где $n_{OMi}, n_{3YMi}, n_{ri}$ – единичные векторы нормалей поверхностей объекта, звена и контактной поверхности в соответствующих точках, q_{OMi} и q_{3YMi} – кватернионы такие, что

$$q_{OMi} = \{\cos[\arccos(n_{OMi} \cdot n_{ri}) / 2], n_{OMi} \times n_{ri} \cdot \cos[\arccos(n_{OMi} \cdot n_{ri}) / 2]\},$$

$$q_{3YMi} = \{\cos[\arccos(n_{3YMi} \cdot n_{ri}) / 2], n_{3YMi} \times n_{ri} \cdot \cos[\arccos(n_{3YMi} \cdot n_{ri}) / 2]\}.$$

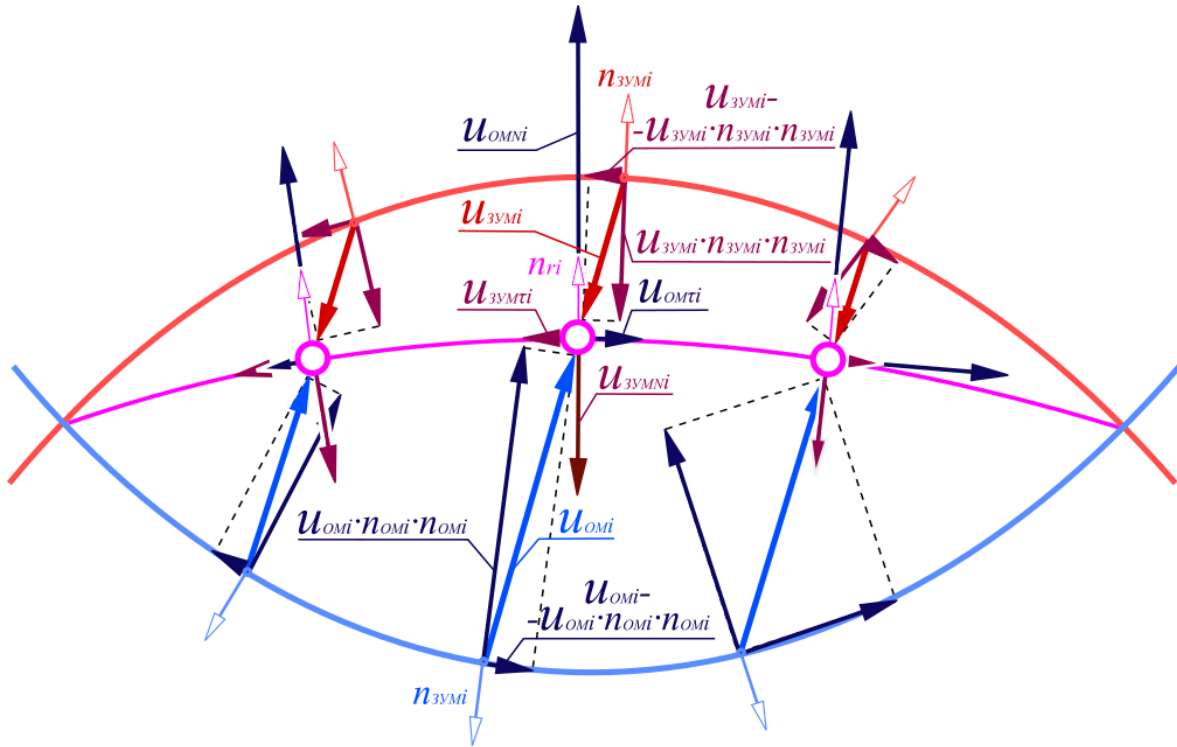


Рисунок 2 – Определение смещений вершин ОМ и звена ЗУМ

Расчет сил контактного взаимодействия

Представим распределенную СКВ, с которой звено ЗУМ действует на ОМ, в виде матрицы, строки которой являются векторами сосредоточенных сил $F_{OM} = [f_{OM1}, \dots, f_{OMn+m}]^T$, приложенными к вершинам, содержащимся в матрице R . Справедливо равенство: $F_{OM} = F_{OMN} + F_{OMTP}$, где $F_{OMN} = [f_{OMN1}, \dots, f_{OMNn+m}]^T$ – матрица, строки которой есть векторы нормальных сил, с которыми звено ЗУМ действует на ОМ, $F_{OMTP} = [f_{OMTP1}, \dots, f_{OMTPn+m}]^T$ – матрица, строки которой представляют собой векторы сил трения, с которыми звено ЗУМ действует на ОМ. Аналогично можно представить распределенную

СКВ, с которой ОМ действует на звено ЗУМ: $F_{ЗУМ} = [f_{ЗУМ1}, \dots, f_{ЗУМn+m}]^T = F_{ЗУМN} + F_{ЗУМTP}$, где $F_{ЗУМN} = [f_{ЗУМN1}, \dots, f_{ЗУМNn+m}]^T$ и $F_{ЗУМTP} = [f_{ЗУМTP1}, \dots, f_{ЗУМTPn+m}]^T$.

Для нахождения матриц сил $F_{OMN}, F_{OMTP}, F_{ЗУМN}$ и $F_{ЗУМTP}$ необходимо решить задачу теории упругости, которая заключается в определении сил по известным перемещениям точек тела, т.е. нужно найти отношение между матрицами смещений $u_{OMN}, u_{ЗУМN}, u_{OMTP}$ и $u_{ЗУМTP}$ и матрицами сил $F_{OMN}, F_{OMTP}, F_{ЗУМN}, F_{ЗУМTP}$.

Поскольку рассматриваются малые деформации, физическая модель может быть основана на теории линейной упругости. В дальнейшем будем рассматривать контактное взаимодействие в рамках аппроксимации полупространства [7].

Поскольку предполагается линейная упругость материала, векторы нормального смещения u_{Nj} и касательного смещения $u_{\tau j}$ для точки r_j , вызванные множествами векторов сосредоточенных нормальных сил $F_N = [f_{N1}, \dots, f_{Nm}]^T$ и касательных сил $F_\tau = [f_{\tau1}, \dots, f_{\tau m}]^T$, могут быть найдены как суперпозиция векторов смещений:

$$u_{Nj} = \frac{1-\nu}{2 \cdot \pi \cdot G} \cdot \sum_{k=1, k \neq j}^m \frac{f_{Nk}}{l_k} + \frac{f_{Nj}}{D}, \quad u_{\tau j} = \frac{1-\nu}{2 \cdot \pi \cdot G} \cdot \sum_{k=1, k \neq j}^n \frac{f_{\tau k}}{l_k} + \frac{f_{\tau j}}{D},$$

где ν – коэффициент Пуассона, G – модуль сдвига, l_k – расстояние между вершиной r_j и r_k , к которой приложена нормальная точечная сила f_{Nk} , f_{Nj} – нормальная точечная сила, приложенная к вершине r_j , D – коэффициент Гука.

После обобщения для всех точек контактной поверхности связь между $F_{OMN}, F_{ЗУМN}, F_{OMTP}, F_{ЗУМTP}$ и $u_{OMN}, u_{ЗУМN}, u_{OM\tau}, u_{ЗУМ\tau}$ может быть выражена в матричной форме:

$$u_{OMN} = W_{OM} \cdot F_{OMN}, \quad (1)$$

$$u_{ЗУМN} = W_{ЗУМ} \cdot F_{ЗУМN}, \quad (2)$$

$$u_{OM\tau} = W_{OM} \cdot F_{OMTP}, \quad (3)$$

$$u_{ЗУМ\tau} = W_{ЗУМ} \cdot F_{ЗУМTP}, \quad (4)$$

где W_{OM} и $W_{ЗУМ}$ – передаточные матрицы ОМ и звена ЗУМ размера $[n+m \times n+m]$, элементы которых вычисляются по формулам:

$$w_{OMii} = \frac{1}{D_{OM}}, \quad w_{OMij} = \frac{1-\nu_{OM}}{2 \cdot \pi \cdot G_{OM} \cdot l_j}, \quad w_{ЗУМii} = \frac{1}{D_{ЗУМ}}, \quad w_{ЗУМij} = \frac{1-\nu_{ЗУМ}}{2 \cdot \pi \cdot G_{ЗУМ} \cdot l_j},$$

где $D_{OM}, D_{ЗУМ}$ – коэффициенты Гука объекта и ЗУМ, ν_{OM} и $\nu_{ЗУМ}$ – коэффициенты Пуассона ОМ и звена, G_{OM} и $G_{ЗУМ}$ – модули сдвига объекта и ЗУМ, l_j – расстояние между вершинами r_i и r_j .

Расстояние l_j между вершинами r_i и r_j определяется из соотношения:

$$l_j = \sum_{k=1}^{m-1} \sqrt{x_\Delta^2 + y_\Delta^2 + [\varphi(r_{ix} + (k+1) \cdot x_\Delta, r_{iy} + (k+1) \cdot y_\Delta) - \varphi(r_{ix} + x_\Delta \cdot k, r_{iy} + y_\Delta \cdot k)]^2}, \quad x_\Delta = \frac{r_{jx} - r_{ix}}{m},$$

$$y_\Delta = \frac{r_{jy} - r_{iy}}{m},$$

где φ – восстановленная функция контактной поверхности, m – количество шагов расчета, x_Δ и y_Δ – величина шага по координатам x и y соответственно.

Вычитание (2) из (1) и (4) из (3) дает:

$$u_{OMN} - u_{ЗУМN} = W_{OM} \cdot F_{OMN} - W_{ЗУМ} \cdot F_{ЗУМN},$$

$$u_{OM\tau} - u_{ЗУМ\tau} = W_{OM} \cdot F_{OMTP} - W_{ЗУМ} \cdot F_{ЗУМTP}.$$

Ввиду того, что эпюры сил, действующих на ОМ и ЗУМ, зеркально симметричны относительно поверхности пятна контакта, справедливы равенства $F_{OMN} = -F_{ЗУМN} = F_{NI}$, $F_{OMTP} = -F_{ЗУМTP} = F_{TP}$. Можно записать соотношения:

$$u_{OMN} - u_{ЗУМN} = (W_{OM} + W_{ЗУМ}) \cdot F_N \Leftrightarrow F_N = (W_{OM} + W_{ЗУМ})^T \cdot (u_{OMN} - u_{ЗУМN}),$$

$$u_{OM\tau} - u_{ЗУМ\tau} = (W_{OM} + W_{ЗУМ}) \cdot F_{TP} \Leftrightarrow F_{TP} = (W_{OM} + W_{ЗУМ})^T \cdot (u_{OM\tau} - u_{ЗУМ\tau}).$$

Откуда матрицы нормальных сил F_{OMN} , $F_{ЗУМN}$ и матрицы сил трения F_{OMTP} , $F_{ЗУМTP}$:

$$F_{OMN} = (W_{OM} + W_{ЗУМ})^T \cdot (u_{OMN} - u_{ЗУМN}), \quad F_{ЗУМN} = -(W_{OM} + W_{ЗУМ})^T \cdot (u_{OMN} - u_{ЗУМN}),$$

$$F_{OMTP} = (W_{OM} + W_{ЗУМ})^T \cdot (u_{OM\tau} - u_{ЗУМ\tau}), \quad F_{ЗУМTP} = -(W_{OM} + W_{ЗУМ})^T \cdot (u_{OM\tau} - u_{ЗУМ\tau}).$$

Тогда матрицы сил контактного взаимодействия F_{OM} и $F_{ЗУМ}$:

$$f_{OMi} = f_{OMNi} + f_{OMTPi}, \quad f_{ЗУМi} = f_{ЗУМNi} + f_{ЗУМTPi}, \quad i = 1, \dots, n+m.$$

Программная реализация

Представленные алгоритмы расчета контактных поверхностей и СКВ реализованы на функционально-моделирующем стенде Дмитровского Филиала МГТУ им. Н.Э. Баумана [8].

Аппаратная часть состоит из захватных устройств SchunkWSG50 и SchunkSDH. Программная часть реализована с использованием мета-операционной системы ROS [9]. Результаты расчета СКВ и показания датчиков силы пальцев схвата SchunkWSG50 представлены на рисунке 3.

На рисунке 3 а изображен способ захвата ОМ захватным устройством SchunkWSG50. На рисунке 3 б представлен графики зависимостей показаний датчика положения (пунктир) и показаний датчика силы пальца (сплошная линия) от времени. В соответствии с зафиксированным положением пальцев и ОМ в программе была воссоздана конфигурация захвата (рисунок 3 в). На рисунке 3 б точками указаны вершины контактной поверхности. На рисунках 3 в и 3 г стрелками изображены нормальные и касательные составляющие СКВ соответственно, на рисунке 3 д – СКВ, соответствующие вершинам контактной поверхности. В соответствии с алгоритмом расчета, модуль СКВ составил 13,8 Н, что на 2,9 Н отличается от значения, зафиксированного датчиком силы.

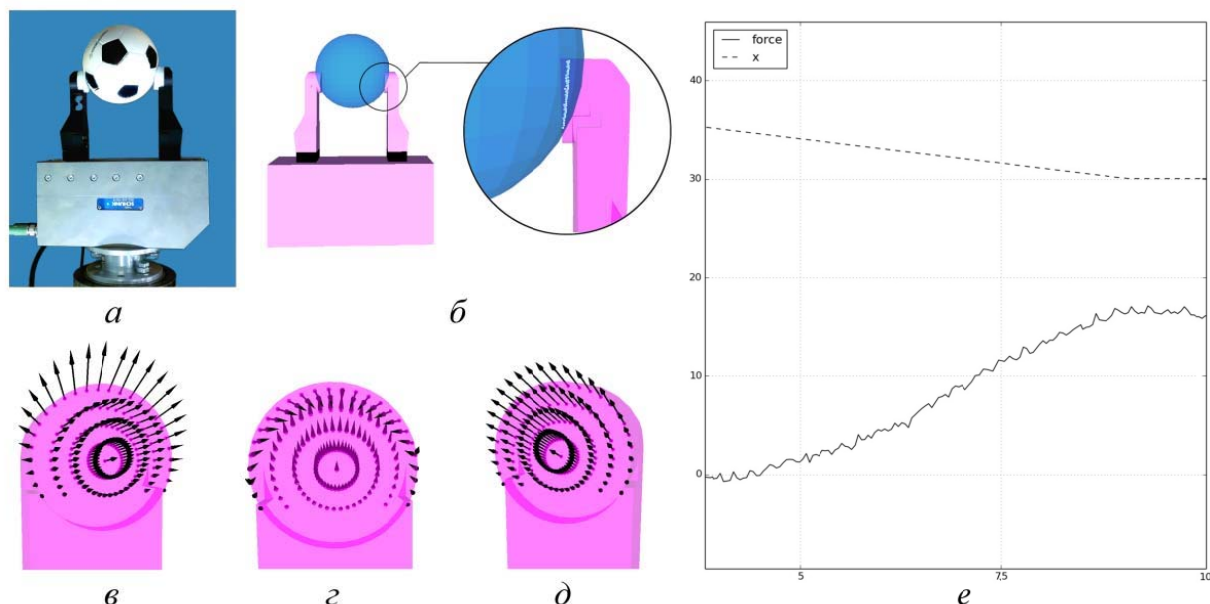


Рисунок 3 –Показания датчиков силы и положения пальца схвата и результаты расчета СКВ

Заключение

Разработанные алгоритмы и программное обеспечение позволяют производить оценку СКВ между ОМ и звеном ЗУМ с точностью порядка 15-20%. В дальнейшем планируется развитие алгоритма в сторону оценки успешности захвата с учетом сил тяжести ОМ и расположения контактных поверхностей.

1. Лесков А.Г., Илларионов В.В., Калеватых И.А., Морошкин С.Д., Бажинова К.В., Феоктистова Е.В. Аппаратно-программный комплекс для решения задач автоматического захвата объекта манипуляторами // Инженерный журнал: наука и инновации. 2015. вып. 1. URL: <http://engjournal.ru/catalog/pribor/robot/1361.html> (Дата обращения: 15.05.2016).
2. Jeong I.K., Lee I. An oriented particles and generalized spring model for fast prototyping deformable objects // Eurographics 2004. Short Presentations. – 2004. – P. 41–44.
3. Tan S., Wong T., Zhao Y., Chen W. A constrained finite element method for modeling cloth deformation. // The Visual Computer. – 1999. Vol.15 (2). – P.90–99.
4. Pauly M., Pai D.K., Guibas L.,J. Quasi-rigid objects in contact // In Proc. SCA '04 Proceedings of the 2004 ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on Computer animation. – 2004. – P. 109–119.
5. Лесков А.Г., Феоктистова Е.В. Алгоритм определения пересечения произвольных полигональных моделей для нахождения коллектора контакта, нормалей и глубины проникновения при

планировании и моделировании захвата деформируемого объекта // Сборник докладов VIII всероссийской конференции молодых ученых и специалистов «БУДУЩЕЕ МАШИНОСТРОЕНИЯ РОССИИ» – 2015. – С. 988-992.

6. Ашкеназы В.О. Сплайн-поверхности. Основы теории и вычислительные алгоритмы. – Тверь: Тверской гос. ун-т, 2003. – 82 с.
7. Попов В. Л. Механика контактного взаимодействия и физика трения. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013. – 352 с.
8. <http://fms.bmstu.ru/>
9. <http://wiki.ros.org/>